

UNIÓN LATINOAMERICANA DE CIEGOS

Hacia una didáctica del ábaco para estudiantes ciegos

JUAN JOSÉ DELLA BARCA

EMA MONTENEGRO DE ROSELL

FONDO TIFLOLÓGICO LATINOAMERICANO 11 FTL

HACIA UNA DIDÁCTICA DEL ÁBACO PARA ESTUDIANTES CIEGOS

Juan José Della Barca

Ema Montenegro de Rosell

Buenos Aires

1988

INTRODUCCIÓN

El proceso educativo constituye un desafío permanente para quienes estamos comprometidos con él. Los nuevos métodos, el mayor conocimiento de las etapas de maduración, así como la realidad -no siempre previsible- en la que estamos inmersos, nos obligan a una búsqueda continua que nos permita siquiera aproximarnos a las necesidades de nuestros educandos.

En la enseñanza del ábaco, como es sabido, se emplean principalmente dos métodos:

a) El método JAPONÉS, que permite efectuar los cálculos no sólo con precisión y seguridad, sino también con un grado de rapidez capaz de competir con las computadoras electrónicas. (Certámenes entre operadores de ábaco y de computadoras realizados en Japón y China, han arrojado ventajas significativas para los primeros).

b) Un método que denominaremos INTUITIVO, que consiste en reproducir, en la mejor manera que el ábaco permite, la forma de operar con lápiz y papel. Su propulsor fue el profesor no vidente brasileño Joaquim Lima de Moraes. A él se debe la adaptación del ábaco a las posibilidades del operador ciego, consistente en el agregado de una lámina de caucho, que minora sensiblemente el desplazamiento involuntario de las bolillas. Una variante de este método fue propuesta por el ingeniero argentino Guillermo Cordero, en su trabajo presentado en las II Jomadas Argentinas de Tiflología. (c.f Revista Argentina de Tiflología -ASAERCA, N° 3-4.1975, págs. 109 a 155)

En consecuencia, se plantearon interrogantes que nos llevaron a reunirnos para tratar de resolverlos, y que podríamos explicitar en los siguientes puntos:

- 1) ¿Cuál es el momento óptimo para comenzar la enseñanza del ábaco?
- 2) ¿Hay un método que podamos considerar como “el más apropiado”? En caso afirmativo, ¿cuál de ellos, el japonés o el intuitivo?
- 3) ¿Qué inconvenientes puede aparejar el pasaje de un método a otro en caso de enseñarse ambos en distintos momentos del proceso educativo?

En principio, podemos concluir lo siguiente:

I- La enseñanza del ábaco debe iniciarse una vez que el niño realiza con seguridad agrupamientos y reagrupamientos con unidades, decenas y centenas, y ha afianzado el conocimiento de la composición y descomposición de números, manejando material concreto, como corresponde a esta etapa de maduración (lógico-concreta), efectuando las notaciones pertinentes con cubaritmo, caja aritmética o similar (tablero acanalado con números móviles), pizarra y punzón, o máquina braille, lápiz, marcador o tiza, para los deficientes visuales.

II- El uso del ábaco, de ninguna manera debe suponer el abandono del Sistema

Braille, puesto que aquél constituye nada menos, pero también nada más, que un recurso operacional. Queda claro entonces, que el ábaco, como así también otros elementos que estuvieran al alcance del estudiante ciego, deben ser considerados como complementarios cada uno con respecto a los otros y en ningún caso deberá pensarse que cualquiera de ellos excluya a los demás.

III- La conveniencia de que durante los primeros años de la enseñanza primaria, el niño maneje el ábaco empleando el método intuitivo, sin dejar de lado el conocimiento de la distribución de los términos correspondientes a las distintas operaciones en la notación común, de acuerdo a lo expresado en el ítem I (“saber cómo se escribe una cuenta”). Esta observación vale tanto para el alumno integrado como para el de la escuela especial.

IV- El pasaje de un método a otro deberá efectuarse cuando el maestro considere que el alumno domina razonablemente las operaciones.

Entendemos que tal situación se verifica a partir del 6º grado de la escuela primaria, momento en el cual los cálculos pasan a segundo plano en las clases de matemática. En ningún caso el cambio de método deberá producirse más allá del ingreso a primer año de la escuela secundaria.

Nos proponemos con el presente trabajo,

- Contribuir a que los maestros obtengan un mayor conocimiento de las posibilidades que brinda el uso del ábaco.
- Procurar la unificación de criterios pedagógicos en la materia.
- Suministrar y afinar las técnicas adecuadas, a fin de lograr el máximo rendimiento por parte de los usuarios del ábaco en sus dos vertientes: a) didáctica (docentes encargados de su enseñanza) b) práctica (operadores del ábaco).

Con los objetivos enunciados se pretende movilizar inquietudes en un tema que, obviamente, no quedará agotado con la presente publicación.

CONDICIONES DE UN BUEN ÁBACO

Si bien cualquier ábaco adaptado para el uso de las personas ciegas puede ser utilizado con provecho, hemos considerado la necesidad de señalar algunos atributos útiles para un mejor desempeño del operador.

- La barra divisoria deberá ser rígida, al igual que los ejes, elaborados con preferencia en acero inoxidable.
- Estos atravesarán la barra, pues si se insertaran en muescas practicadas en su borde inferior, correrían el riesgo de salirse del riel, llegando a producir en ocasiones el desplazamiento de la bolilla superior, al sector inferior del ábaco.
- El recorrido de las bolillas, -de preferencia achatadas- deberá tener una amplitud suficiente para que su posición sea detectada con facilidad.
- El ábaco estará acondicionado de modo tal, que cada cuenta cubra la totalidad de su recorrido. Una pequeña curvatura en el eje, o un obstáculo producido en la base por el desgaste, pueden impedir el recorrido total. Esta falla se advierte particularmente en las cuentas del sector superior.
- Las bolillas serán de fácil desplazamiento, pero éste tendrá que producirse sólo por acción de la mano del operador. Para ello será conveniente que el fondo sea desmontable, a fin de posibilitar su eventual reparación.
- Como expresamos con anterioridad, el ábaco es utilizado también por personas con remanente visual. Consideramos que tal remanente debe ser aprovechado estimulando su empleo de acuerdo con las condiciones particulares de cada

alumno, descubriendo en cada caso el complemento adecuado entre el uso de las manos y los ojos. Esta observación reviste gran importancia, pues trascendiendo el mero contacto con el ábaco, contribuirá a evitar la falsa opción vista-tacto, tan perniciosa para los deficientes visuales en todos los órdenes de su vida.

Por lo expuesto, resulta imprescindible el contraste de color entre el fondo del ábaco y las bolillas, a fin de facilitar la percepción visual. Consideramos óptimos a tal efecto, los ábacos con fondo rojo o verde y bolillas blancas.

TRES REQUISITOS FUNDAMENTALES

Para el manejo del ábaco son indispensables tres requisitos fundamentales: PRECISIÓN, RAPIDEZ y SEGURIDAD.

Es obvio señalar la importancia de la precisión.

Un mínimo de rapidez es indispensable para justificar el empleo del ábaco. Este mínimo, y aún un grado mayor de velocidad operativa pueden adquirirse con una práctica apropiada, apoyándose en la seguridad, y una vez lograda la precisión.

La seguridad es esencial porque ninguno de los otros dos requisitos pueden alcanzarse sin ella.

Estas tres condiciones están íntimamente ligadas y entendemos es fundamental que el maestro las tenga presentes, haciendo hincapié en la seguridad y la precisión en primer lugar.

¿Cómo satisfacer estos tres requerimientos?

Al buen conocimiento de las técnicas de manejo, debe unirse una correcta posición de los dedos y uso adecuado de los mismos, buscando en cada caso el máximo aprovechamiento posible de las condiciones particulares de cada alumno. El hecho de que el contacto con el ábaco sea estrictamente táctil, hace indispensable que tal contacto sea mantenido durante el desarrollo de toda la operación. Esta exigencia se torna imprescindible en los niños, dada su mayor tendencia a la dispersión.

Es indiscutible que la persona ciega necesita valerse de puntos de referencia táctiles; de allí nuestra insistencia en este aspecto que estimamos fundamental. Será, pues, función del maestro, hacer que el alumno descubra en su ábaco, los distintos puntos de referencia y los adecúe a sus necesidades.

Por lo expuesto, a fin de lograr un rendimiento óptimo, deberá insistirse en el empleo adecuado de ambas manos, ciñéndose a las normas que consignamos en el estudio particularizado de cada operación.

Las normas a que haremos referencia, tendrán cierta flexibilidad, dado que distintas personas pueden efectuar la misma operación con igual grado de eficiencia, introduciendo ligeras variantes en la utilización de sus dedos.

Sin embargo conviene apuntar que, una vez encontrado el procedimiento que considere óptimo, el operador deberá mantenerlo a fin de posibilitar su automatización.

LECTOESCRITURA DE LOS NÚMEROS

A los efectos del aprendizaje, resulta útil ordenar alfabéticamente los ejes de derecha a izquierda. Así, por ejemplo, la primera columna contando desde el extremo derecho (A), es la que corresponde a las unidades; la segunda (B) a las decenas, y la tercera, (C) a las centenas.

Las marcas que clasifican a las columnas en grupos de tres, serán llamadas marcas de unidad.

Llamaremos primera marca de unidad, a la ubicada entre C y D; segunda marca

de unidad, a la ubicada entre F y G, etc.

El grupo formado por A, B y C, se llamará primera clase; los ejes D, E y F, conforman la segunda clase, etc.

En el método japonés, el primer sumando de una suma, el minuendo de una resta y el dividendo de una división, se escriben en el extremo derecho del ábaco. En la multiplicación, en cambio, ninguno de los factores se escribe en el extremo derecho, aunque sí queda allí registrado el resultado de la operación.

Nota de la Correctora: Hay una imagen y su aclaración dice: Marcas de Unidad. Fin de la nota.

Lo fundamental es saber leer y escribir números de una cifra, lo que podemos hacer en cada eje del ábaco. Los números de más cifras se escriben considerando las posiciones relativas de los dígitos.

Cuando en un eje ninguna bolilla está contra la barra central, se tiene escrito el número 0.

Las cuatro bolillas de la parte inferior valen 1, y por ello se denominan “cuentas o bolillas de unidad”.

La única bolilla de la parte superior vale 5.

Todas ellas adquieren su valor cuando se acercan a la barra central. Así, por ejemplo, en un eje que muestra la bolilla de arriba y dos de las del sector inferior contra la barra, se lee “7”.

Nota de la Correctora. Hay una fotografía sin aclaración. Fin de la nota.

Para anotar en el ábaco, por ejemplo el número 3.506, procedemos de la siguiente manera: Dado que la primera cifra corresponde a las unidades de mil, ésta deberá ocupar el primer eje de la segunda clase.

Luego:

1) En D acercamos tres cuentas de unidad hacia la barra, en un solo movimiento con el dedo pulgar de la mano derecha.

Nota de la Correctora: Hay una fotografía sin aclaración. Fin de la nota.

2) Con el dedo índice, o bien con el mayor de la mano derecha, acercamos a la barra la bolilla de valor cinco en C.

Nota de la Correctora: Hay una fotografía sin aclaración. Fin de la nota.

3) En B no acercamos a la barra ninguna cuenta, puesto que debemos registrar 0.

4) Finalmente, en A anotamos “6”, acercando a la barra una cuenta de unidad con el pulgar derecho, y la de valor cinco con el índice o el mayor. Esto último puede realizarse efectuando simultáneamente ambos movimientos (“pellizco”).

Nota de la Correctora: Hay una fotografía sin aclaración. Fin de la nota.

OBSERVACIÓN: Para leer el N° 4 en el ábaco, no es necesario contar las bolillas de unidad ubicadas contra la barra central; es conveniente que el alumno descubra cuánto más rápido y sencillo resulta verificar que en el eje correspondiente no hay ninguna cuenta contra el marco inferior. La mecanización de este procedimiento toma útil esta observación para la lectura de otros números. Por ejemplo si sólo una bolilla se encuentra contra el marco inferior, es seguro que tres cuentas de unidad están contra la barra.

Para leer un número desconocido registrado en el ábaco, por ejemplo el resultado de una operación, debemos tener especial cuidado en la posición de los dedos.

Se sugiere ubicar sobre la barra central los dedos índice y mayor de la mano derecha en el extremo izquierdo del ábaco. La yema del dedo índice se ubicará sobre el borde inferior de la barra, y la del dedo mayor sobre el borde superior.

Luego se deslizará la mano hacia la derecha, de modo tal que los dedos mencionados puedan detectar, respectivamente, las bolillas de unidad y las de valor cinco que se encuentren contra la barra, y correspondan a la primera cifra del número registrado.

Utilizando las ya mencionadas marcas de la barra central, que en todo ábaco separan los ejes en grupos de tres, podrá determinarse el orden correspondiente a la cifra detectada (decena de mil, unidad de millón, etc.), sin necesidad de contar los ejes de a uno.

Ubicada la primera cifra, puede leerse el número en su totalidad.

Este procedimiento permite evitar errores de lectura en el caso de números tales como 30.000.085.

Nota de la Correctora: Hay una fotografía sin aclaración. Fin de la nota.

El “barrido” que muestra la figura, se realiza también antes de comenzar cualquier operación, para verificar que el ábaco registra 0.

OPERACIONES

El estudio de cada operación se efectuará fundamentalmente a través de ejemplos.

SUMA

Según los casos, las sumas pueden clasificarse en:

A) de operación directa

B) de operación indirecta

El problema se reduce al dominio de la suma de números de una cifra, ya que para efectuar una cuyos términos tengan más de un dígito, sólo bastará aplicar en cada columna, lo aprendido para aquel caso.

El operador del ábaco, deberá evitar el empleo de las tablas de sumar automatizadas en los primeros años de la escuela primaria, puesto que los procedimientos a utilizar así lo requieren.

A) Suma de operación directa: Para sumar dos números en el ábaco puede ser necesario, según veremos, acercar hacia la barra o apartar de ella, las bolillas de una determinada columna.

El caso que nos ocupa, sólo contempla la posibilidad de acercar bolillas hacia la barra.

Ejemplos:

1) $7 + 2$

Anotamos 7 en la columna A. Nos fijamos si en A quedan dos bolillas de unidad disponibles para acercar a la barra. Dado que es así, las acercamos sin pensar en ningún momento en el resultado de la operación.

Ahora leemos el número que quedó registrado en el ábaco: 9. Esa es la suma.

2) $2 + 6$

Anotamos 2 en A. Para ello, subimos una bolilla de unidad y bajamos la del sector superior. Leemos el resultado obtenido: 8.

Para sumar números de más de una cifra, se procede de la misma manera en cada columna, empezando por la que corresponde a la primera cifra del segundo sumando.

3) $11 + 23$

Anotamos 11 en B A. Ahora sólo habrá que registrar el 23 en BA. Para ello subimos en B dos bolillas de unidad y en A, 3. Leemos el resultado: 34.

4) $4.126 + 612$

Anotamos 4.126 en DCBA, Está claro que el segundo sumando debe registrarse a partir de la columna C.

Entonces: en C subimos una bolilla de unidad y acercamos a la barra la bolilla del sector superior. En B subimos una bolilla de unidad y en A, dos. Leemos el resultado: 4.738.

Nota: Damos por sentado que el operador tendrá registrado por ejemplo en braille los términos de la suma a efectuar, tal como el operador de una calculadora electrónica anota eventualmente los términos a sumar en una hoja de papel.

La importancia de anotar previamente los términos en un papel o en el propio ábaco, radica en la necesidad de evitar, dentro de lo posible, la dependencia del operador con respecto a quienes lo rodean. La persona ciega que maneja el ábaco, deberá tomar conciencia de que los términos le serán dictados a lo sumo una vez. Es dable observar niños que para hacer una cuenta, requieren de su madre el reiterado dictado de la suma término a término, creando una situación de dependencia innecesaria e inconveniente.

5) $7.511 + 91.253$

Anotamos 7.511 en DCBA. Debemos comenzar en E a efectuar la suma. Para ello, anotamos 9 en E, subiendo hacia la barra cuatro bolillas de unidad y bajando la de valor 5,..., etc...

Leemos el resultado obtenido: 98.764.

B) Suma de operación indirecta: En algunas ocasiones resulta inaplicable el procedimiento señalado en el ítem anterior, dado que puede no disponerse de bolillas de unidad v/o de valor 5 como para acercar a la barra.

A continuación ilustraremos con ejemplos los distintos casos que puedan presentarse.

6) $8 + 9$

Anotamos 8 en A. Para sumar 9 directamente, necesitamos acercar a la barra cuatro bolillas de unidad y la de valor 5. Como veremos en el ejemplo siguiente, es irrelevante el hecho de que la cuenta del sector superior esté o no contra la barra. Al no disponer de las cuatro cuentas de unidad, calculamos mentalmente la diferencia entre 9 y 10. Apartamos entonces en A una bolilla de unidad y acercamos una en B.

Leemos el resultado: 17.

7) $3 + 9$

Anotamos 3 en A, acercando tres cuentas de unidad con el dedo pulgar de la mano derecha.

Para sumar 9 directamente, necesitaríamos poder acercar a la barra cuatro cuentas de unidad. Al no tenerlas disponibles, (sólo hay una) pensamos: "cuánto le falta a 9 para llegar a 10"; le falta 1. Luego apartamos una bolilla de unidad en A y subimos una en B.

El resultado obtenido es 12.

Nota I: De los ejemplos 6 y 7 se desprende que para sumar números de 6 a 9, debe verificarse si hay suficiente número de cuentas disponibles en el sector inferior. Si no las hubiere, se quitará lo que le falte al número que se desea sumar, en este caso 9, para llegar a 10 y luego se subirá una bolilla de unidad en B, independientemente de la posición que ocupe la cuenta de valor 5.

Se observa (y esto es válido para cualquier suma) que el operador del ábaco

deberá tener en cuenta sólo el número a sumar y nunca la cantidad ya registrada en el ábaco. Desde ya que ésta influirá en el desarrollo del cálculo y en el resultado, pero la actitud mental del operador deberá tender a escribir el número que desea sumar sin necesidad de leer previamente el ya registrado. Esto último queda claramente evidenciado en la comparación de los ejemplos 6 y 7.

Nota II: Para ilustrar lo expresado en la nota anterior, puede procederse como en el ejemplo siguiente:

$$7 + 8$$

Anotamos 7 en A.

Pensamos “cuánto le falta a 8 (que es el número que queremos sumar) para llegar a 10. Como le falta 2, decimos: “8+2” (apartando dos cuentas de unidad) “igual 10” (subiendo una en B).

$$8) \quad 2 + 4$$

Anotamos 2 en A. Es obvio que no podremos sumar 4 directamente. En este caso pensamos en cuánto le falta a 4 para llegar a 5. Como le falta 1, apartamos una cuenta de unidad y acercamos a la barra la cuenta de valoró, en la misma columna A.

Leemos el resultado registrado: 6.

$$9) \quad 7 + 4$$

Anotamos 7 en A. Es obvio que no podremos sumar 4 directamente. Pero tampoco podremos efectuar el procedimiento señalado en el ejemplo anterior, puesto que la bolilla de valor 5 está contra la barra.

Pensamos entonces en cuánto le falta a 4 para llegar a 10. Le falta 6; quitamos entonces 6, apartando de la barra una cuenta de unidad y la de valor 5, y agregamos 1 en B.

Leemos el resultado: 11.

$$10) \quad 6 + 8$$

Anotamos 6 en A. Como vimos en los ejemplos 6 y 7, y de acuerdo con lo expresado en la nota I, debemos observar el sector inferior de la columna A. Para registrar 8, necesitamos tres cuentas de unidad. Como en A tenemos tres cuentas de unidad disponibles, procedemos a acercarlas a la barra; para sumar las cinco unidades restantes, pensamos en cuánto le falta a 5 para llegar a 10. Le falta 5 unidades. Apartamos entonces de la barra la bolilla de valor 5 y subimos una cuenta de unidad en B.

El resultado registrado en el ábaco es 14.

Nota III: Pensemos en una situación cotidiana. Una señora hace compras por valor de \$4. Si tiene cuatro billetes de \$1 podrá pagar directamente. En caso de no disponer de ellos, buscará en su cartera un billete de \$5. El vuelto que recibirá si dispone de ese billete, será de \$ 1. Esto ilustra la situación planteada en el ejemplo 8.

Si la señora no encuentra un billete de \$5 en su cartera, pagará con uno de 10. El vendedor le entregará \$ 6 de vuelto, es decir “lo que le falta a 4 para llegar a 10”. Esto ilustra la situación planteada en el ejemplo 9.

En una compra posterior, el monto a pagar asciende a \$8 y la compradora sólo dispone de tres billetes de \$ 1 y uno de \$ 10. Extrae de su cartera el billete de \$10. Instantáneamente el vendedor le manifiesta no disponer de dos billetes de \$1 para darle el vuelto. Le pregunta entonces a la señora si posee tres billetes de uno. La señora asiente y se los da; el vendedor saca de la caja y le entrega un

billete de \$5. Esto ilustra la situación planteada en el ejemplo 10.

SUMA DE NÚMEROS DE MÁS DE UNA CIFRA

Los procedimientos estudiados en la columna A para sumar dígitos, son aplicables en cualquier otra, en caso de que los sumandos tengan más cifras. Si correspondiere sumar 10, se agregará una unidad en la columna ubicada inmediatamente a la izquierda del eje respectivo, en forma análoga a lo hecho en B para aquel caso.

11) $74 + 68$

Anotamos 74 en BA. Para registrar 6 en B, subimos una cuenta de unidad y para sumar las cinco unidades que faltan, apartamos de la barra la bolilla de 5, y acercamos una cuenta de unidad en C.

Para registrar 8 en A, apartamos dos cuentas de unidad y subimos una en B.

El resultado es 142.

Si debiera efectuarse una suma de tres o más términos, se sumarán los dos primeros; al resultado se le sumará el tercero y así sucesivamente.

12) $437 + 65$

Anotamos 437 en CBA. En B sumamos 6 directamente. Para sumar 5 en A, apartamos de la barra la bolilla del sector superior y sumamos 1 en B, para lo cual quitamos 9 y sumamos 1 en C. Dado que no hay en C cuentas de unidad disponibles, apartamos las cuatro de la barra y acercamos la de valor 5.

Leemos ahora el resultado: 502.

13) $99.984 + 17$

En este ejemplo mostraremos la conveniencia de respetar el siguiente orden: al sumar cada cifra se completará la operación en la columna correspondiente y recién entonces, -de ser necesario-, se sumará 1 en el eje correspondiente al orden inmediato superior.

Registramos 99.984 en EDCBA. Para sumar 17 acercamos a la barra una cuenta de unidad en B; en A, al no haber dos cuentas de unidad disponibles, quitamos tres y sumamos 1 en B, para lo cual quitamos 9 y sumamos 1 en C.

La misma situación de B se repite en C, D y E; en esta última columna, quitamos 9 y ponemos 1 en F. El resultado es 100.001.

Se observa que al sumar 7 en A de esta manera, la mano derecha del operador se desplaza en un solo sentido (de derecha a izquierda) cosa que no ocurriría, de procederse a sumar 1 en B antes de quitar 3 en A.

Observación: Conviene recordar que el ábaco es el antecesor de las calculadoras electrónicas. Al igual que al operar en ellas, el problema se reducirá a registrar los sumandos.

14) $19 + 76 + 308 + 64$

Como ya señaláramos, será conveniente tener anotados los sumandos, por ejemplo en braille, actitud que se asemeja a la asumida habitualmente por el operador de una calculadora electrónica.

Anotamos 19 en BA.

Para sumarle el segundo término, procuramos registrar 76 en BA; sumamos 7 directamente en B y 6 en A, apartando de la barra cuatro bolillas de unidad y acercando una en B. Sin leer el resultado nos proponemos registrar ordenadamente los otros dos sumandos: 308 y 64. Al cabo de esta operación leemos el número registrado en el ábaco, que es la suma buscada: 467.

SUMA DE DECIMALES

La suma de decimales difiere de la de números enteros en la necesidad de tomar una de las marcas de unidad a manera de coma decimal. La elección dependerá de la cantidad de decimales: si ninguno de los sumandos tuviera más de tres cifras decimales, se elegirá la primera marca de unidad; si alguno tuviese más de tres, pero no hubiera términos con más de seis cifras, se elegirá la segunda (G), etc.

15) $3,4 + 7,89 + 5,12 =$

Dado que ningún sumando posee más de tres cifras decimales, adoptamos la primera marca de unidad a manera de coma decimal.

Registramos pues, 3,4 con el 3 en D y el 4 en C. Para escribir 7,89 sumamos 7 en D, 8 en C y 9 en B. Finalmente sumamos 5,12 en DCB y obtenemos el resultado: 16,41.

16) $3,47 + 71,0092$

Como el segundo sumando tiene cuatro cifras decimales elegimos, a manera de coma decimal, la segunda marca de unidad. Anotamos pues 3,47 en GFE y sumamos 71,0092 en HGFEDC.

El resultado es 74, 4792.

Nota: Si registramos 2,3 eligiendo la primera marca de unidad como coma decimal, ubicaremos 2 en D y 3 en C. Los ejes libres de la derecha podrán interpretarse como ceros. Recordemos que $2,3 = 2,300$.

Por lo tanto siempre puede pensarse, una vez elegido el lugar de la coma decimal, que todos los ejes ubicados a su derecha, corresponden a las distintas cifras decimales.

RESTA

Los procedimientos aplicados para restar un número de una cifra son “recíprocos” de aquéllos estudiados para la suma: en lugar de alejar bolillas de la barra, deberán acercarse y viceversa.

Ejemplos:

1) $9 - 6$

Anotamos 9 en A y restamos 6 apartando de la barra una bolilla de unidad y la de valor 5.

El resultado registrado en el ábaco es 3.

2) $12 - 8$

Anotamos 12 en BA y restamos 8 acercando a la barra dos bolillas de unidad en A y apartando una en B.

El resultado es 4.

3) $14 - 9$

Anotamos 14 en BA y restamos 9 apartando de la barra cuatro bolillas de unidad, acercando la de valor 5 en A y apartando una de unidad en B.

El resultado es 5.

4) $7 - 3$

Anotamos 7 en A y restamos 3 acercando dos bolillas de unidad y apartando la de valor 5.

Queda registrado en el ábaco el resultado: 4.

Si el minuendo y el sustraendo tienen varias cifras, se procede en cada columna de acuerdo con lo indicado precedentemente, comenzando desde el orden correspondiente a la primera cifra del sustraendo (de izquierda a derecha).

5) $104 - 58$

Anotamos 104 en CBA. Para restar 5 en B, acercamos la cuenta de 5 hacia la barra y apartamos una de unidad en C. Para restar 8 en A, apartamos tres cuentas de unidad y acercamos a la barra la de valor 5, debiendo apartar en B una cuenta de unidad. Al no disponer de ella, acercamos a la barra cuatro cuentas y apartamos la de valor 5.

El resultado es 46.

6.003 - 9

Anotamos 6.003 en DCBA. Como no hay cuatro bolillas de unidad para apartar de la barra, pensamos “cuánto le falta a 9 para llegar a 10”; le falta 1. Acercamos entonces a la barra la única cuenta de unidad disponible, debiendo apartar una en B. Al no disponer de ella, anotamos 9 en B (lo que falta a 1 para llegar a 10), debiendo ahora apartar de la barra una cuenta de unidad en C. Al no disponer de ella, anotamos 9 en C (lo que le falta a 1 para 10), y apartamos en D, una cuenta de unidad.

El resultado es 5.994.

15.863 - 9.247

Anotamos 15.863 en EDCBA. Restamos 9 en D, acercando a la barra una cuenta de unidad y apartando una en

E.

Restamos 2 en C directamente.

Para restar 4 en B, acercamos a la barra una cuenta de unidad y apartamos la de valor 5.

Finalmente restamos 7 en A, apartando dos cuentas de unidad, acercando la de valor 5 y alejando de la barra una cuenta de unidad en B.

El resultado es 6.616.

La resta de decimales sigue los mismos lineamientos de la suma.

7,4 - 3,2

Anotamos 7,4 en DC y en las mismas columnas restamos 3 y 2 respectivamente.

El resultado es 4,2.

MULTIPLICACIÓN

Al multiplicar en el ábaco es importante que el producto aparezca registrado convenientemente, a fin de facilitar su lectura una vez concluida la operación. A tal efecto será necesario imponer una variante con relación a lo establecido para la ubicación de los términos en la suma y la resta.

Ubicación de los factores: De acuerdo con lo expresado anteriormente, el resultado deberá quedar registrado en el extremo derecho (con la cifra correspondiente a las unidades en la columna A).

El ejemplo siguiente ilustrará acerca de la ubicación de los factores en el ábaco.

1) 7.894×653

Elegimos por ejemplo el segundo factor y lo anotamos en el extremo izquierdo del ábaco.

Para ubicar el otro factor procedemos de la siguiente manera:

Contamos las cifras de cada uno de los números dados. El primero tiene cuatro cifras; el segundo tiene tres.

Sumamos estas cantidades:

$$4 + 3 = 7$$

y en el octavo eje comenzamos a anotar: 7.894 en HGFE

Tal como veremos enseguida, si bien puede elegirse cualquiera de los factores

para anotar a la izquierda, en algunos casos convendrá optar por uno de ellos en particular.

2) 8.765×1.002

En este caso se sugerirá ubicar a la izquierda 8.765 y a la derecha 1.002, siguiendo la regla indicada en el ejemplo anterior: 8.765 tiene cuatro cifras; 1.002 tiene cuatro cifras;

luego:

$$4 + 4 = 8$$

En el noveno eje (I), comenzamos a anotar 1.002: 1 en I y 2 en F.

Cálculo del producto:

Nota: El maestro deberá tener presente que, a los efectos didácticos convendrá que en los primeros ejemplos no aparezcan dígitos repetidos. Ello reducirá las posibilidades de confusión por parte del alumno, puesto que cada dígito desempeñará un único papel en todo el proceso de cálculo.

Así, se sugiere comenzar con ejercicios del tipo 24×8 ; 635×7 ; 153×6 ; 753×12 ; $1.234.567 \times 8$, etc.

Comenzaremos con ejemplos en los cuales uno de los factores tiene una cifra.

3) 24×8

Anotamos 8 en el extremo izquierdo del ábaco. Para registrar el 24 procedemos así: sumamos las cantidades de cifras de 24 y 8.

$$2 + 1 = 3$$

y en la cuarta columna comenzamos a anotar 24 (DC).

Considerando que el producto de dos números de una cifra es igual o menor que 81, no ocupará en el ábaco más de dos ejes; se observa al respecto que al anotar 24 en DC, han quedado dos ejes libres en el extremo derecho del ábaco. En ellos registraremos el producto de 4×8 ; veamos cómo.

Ubicamos el dedo mayor de la mano derecha en el sector superior del segundo eje libre (en este caso A). El eje señalado con el dedo mayor corresponderá a las unidades del primer producto parcial, mientras que el ubicado inmediatamente a su izquierda, corresponderá a las decenas (en este caso B).

Sin mover el dedo mayor, tocamos con el índice el 4, registrado en C y con la mano izquierda el 8, ubicado en el otro extremo.

Multiplicamos: $4 \times 8 = 32$, que registramos así: el 3 en B (acercando a la barra tres cuentas de unidad con el dedo pulgar de la mano derecha sin mover el dedo mayor, y el 2 en A.

Hecho esto, borramos el 4 que estaba registrado en C y procedemos a multiplicar 2×8 .

Ubicamos el dedo mayor de la mano derecha en el sector superior del segundo eje a contar desde D (donde está anotado 2), hacia la derecha (en este caso B).

El eje señalado corresponderá a las unidades del segundo producto parcial, mientras que el ubicado inmediatamente a su izquierda, corresponderá a las decenas (en este caso C).

Sin mover el dedo mayor, tocamos con el índice el 2 registrado en D, y con la mano izquierda, el 8 ubicado en el otro extremo.

Multiplicamos: $2 \times 8 = 16$, que registramos así: el 1 en C (acercando a la barra una cuenta de unidad con el dedo pulgar de la mano derecha, sin mover el dedo mayor) y 6 en B, observando que la bolilla de valor 5 puede ser desplazada con el dedo mayor, libre ya de su función “referencial”.

Borramos el 2 en D y leemos el resultado registrado en CBA: 192.

Luego: $24 \times 8 = 192$.

El lector podrá verificar la comprensión de este mecanismo realizando como ejercitación el siguiente ejemplo:

4) $635 \times 7 = 4.445$

5) 153×6

Siguiendo las normas antes mencionadas anotamos 6 en el extremo izquierdo y 153 en EDC.

Ubicando los dedos en la posición correcta, multiplicamos: $3 \times 6 = 18$

Anotamos 1 en B y 8 en A.

Borramos el 3 en C y ubicando el dedo mayor en B, multiplicamos: $5 \times 6 = 30$.

Anotamos 3 en la columna C, que corresponde a las decenas de este producto parcial.

Nótese que sólo con anotar 3 en el eje de las decenas, habremos registrado 30 en el lugar correspondiente.

Borramos el 5 en D y ubicando el dedo mayor en C, multiplicamos: $1 \times 6 = 6$

Anotamos 6 en C, que corresponde a las unidades de este producto parcial.

Borramos el 1 en E y leemos el resultado registrado en CBA. Luego, $153 \times 6 = 918$

Con el fin de ubicar correctamente los productos parciales menores que 10, podemos pensar que todos los productos de dos números de una cifra tienen dos dígitos, aún cuando se trate de un resultado menor que 10.

Así, por ejemplo, $2 \times 2 = 04$

decenas — 04 — unidades

En el ejemplo 5, el producto parcial $1 \times 6 = 06$ quedó registrado sólo con anotar 6 en la columna señalada con el dedo mayor, que corresponde a las unidades. Si lo hubiéramos anotado en el eje correspondiente a las decenas, habríamos registrado 60.

6) 49×7

Aquí se introduce una variante respecto de los ejemplos anteriores: al anotar los productos parciales deberemos efectuar sumas indirectas; éste es en realidad el caso general.

Anotamos 7 en el extremo izquierdo y 49 en DC. Ubicando el dedo mayor en la columna A, multiplicamos: $9 \times 7 = 63$, que registramos en BA.

Borramos el 9 y, ubicando ahora el dedo mayor en la columna B, multiplicamos: $4 \times 7 = 28$. Anotamos 2 en C y para anotar 8 en B, acercamos a la barra tres cuentas de unidad, apartamos la de valor 5 y agregamos una en C.

Borramos el 4 y queda entonces registrado en CBA el resultado de la operación: 343. El lector puede realizar como ejercicios los ejemplos 7 y 8.

7) $1.234 \times 9 = 11.106$

8) $1.234.567 \times 8 = 9.876.536$ Abordaremos ahora el caso general.

9) 753×12

De acuerdo a lo indicado más arriba, ubicamos ambos factores en el ábaco. En este caso -por poseer menor cantidad de cifras- anotamos 12 en el extremo izquierdo, asignando a 753 las columnas FED.

El primer paso consistirá en efectuar el producto de 3×12 , multiplicando primero 3×1 y luego 3×2 .

El primer producto parcial deberá anotarse en los ejes ubicados inmediatamente

a la derecha del 3, siguiendo las reglas observadas en los ejemplos anteriores. Señalamos con el dedo mayor la columna B, que será la correspondiente a las unidades del primer producto parcial, mientras que los dedos de la mano izquierda se ubican sobre la primera cifra del otro factor.

Multiplicamos: $3 \times 1 = 03$

Anotamos 3 en B.

Corremos el dedo mayor hacia la derecha hasta el eje contiguo (en este caso A) y los dedos de la mano izquierda hasta tocar la segunda cifra del otro factor.

Multiplicamos: $3 \times 2 = 06$

Anotamos 6 en A.

Borramos el 3 y repetimos el procedimiento para multiplicar 5×12 .

Señalamos con el dedo mayor la columna C, que será la correspondiente a las unidades del producto parcial 5×1 , mientras los dedos de la mano izquierda se ubican sobre la primera cifra del otro factor.

Multiplicamos: $5 \times 1 = 05$

Anotamos 5 en C.

Corremos el dedo mayor a la columna B, y con los dedos de la mano izquierda tocamos la segunda cifra de 12.

$5 \times 2 = 10$

Anotamos 1 en C.

Borramos 5 en E y ubicando el dedo mayor de la mano derecha en la columna D, procedemos a multiplicar 7×12 .

$7 \times 1 = 07$

Anotamos 7 en D.

$7 \times 2 = 14$

En D, acercamos a la barra una cuenta de unidad con el dedo pulgar de la mano derecha y, para sumar 4 en C, borramos el 6 y acercamos a la barra una cuenta del sector inferior en la columna D.

Borramos 7 en F y queda registrado el producto en DCBA: 9.036.

Luego, $753 \times 12 = 9.036$

Se puede verificar la comprensión de este caso, efectuando el siguiente ejemplo:

10) $14.562 \times 79 = 1.150.398$

POSICIONES RELATIVAS DE LOS CEROS EN LOS FACTORES

11) 506×731

En este caso, convendrá ubicar a la izquierda el número 731 y a la derecha 506 (5 en G y 6 en E). La conveniencia de esta elección radica en el hecho de poder efectuar la multiplicación sin considerar el cero de la columna F.

$6 \times 7 = 42$ que anotamos en DC

$6 \times 3 = 18$ que anotamos en CB

$6 \times 1 = 06$ que anotamos en BA

Borramos 6 en E y sin considerar el 0 de F buscamos la siguiente cifra significativa y multiplicamos:

$5 \times 7 = 35$ que anotamos en FE

$5 \times 3 = 15$ que anotamos en ED

$5 \times 1 = 05$ que anotamos en DC

Borramos 5 en G y leemos el resultado: 369.886

12) 180×29

Ubicamos 180 en FED.

Una vez ubicado este último factor en el ábaco, pensamos exclusivamente en sus cifras significativas, puesto que el 0 final se ha considerado al determinar aquellas columnas en las cuales fue registrado este factor.

$8 \times 2 = 16$ que anotamos en DC

$8 \times 9 = 72$ que anotamos en CB

Borramos 8 y continuamos:

$1 \times 2 = 02$ que anotamos en ED

$1 \times 9 = 09$ que anotamos en DC

Borramos 1 en F y procedemos a leer el resultado: 5.220.

Nótese que el 0 de 5.220 aparece automáticamente con sólo ubicar en forma adecuada el factor 180.

Los ejemplos anteriores muestran lo siguiente: los ceros que aparecen en cualquier posición relativa del factor registrado a la derecha, deberán ser tenidos en cuenta únicamente a los efectos de la ubicación del referido factor en el ábaco. Una observación similar puede formularse para el caso de los ceros finales en el factor ubicado a la izquierda.

13) 4.700×592

Se observa que 592 tiene tres cifras significativas y 4.700 tiene dos. En virtud de ello, optaremos por ubicar 4.700 a la izquierda a pesar de tener este factor, incluidos los ceros, una cifra más que 592.

Anotamos 4.700 a la izquierda y 592 en HGF.

Dado que según veremos, los Ceros de 4.700 no serán tenidos en cuenta en el momento de efectuar cada producto parcial, la elección de las columnas en las cuales anotaremos el 4 y el 7 de 4.700 no dará lugar a confusión; esto es: una vez ubicado el factor de la derecha en el ábaco, trabajaremos únicamente con el 4 y el 7, y lo haríamos de igual modo así fuera el factor de la izquierda 47, 470 o 47.000...

Los ceros ya fueron considerados al anotar el otro factor. Comenzamos a multiplicar:

$2 \times 4 = 08$ que anotamos en ED

$2 \times 7 = 14$ que anotamos en DC

Borramos el 2 en F.

$9 \times 4 = 36$ que anotamos en FE

$9 \times 7 = 63$ que anotamos en ED

Borramos el 9 de G.

$5 \times 4 = 20$ que anotamos en GF

$5 \times 7 = 35$ que anotamos en FE

Borramos el 5 en H y leemos el resultado: 2.782.400

Para verificar la comprensión del tema, el lector podrá efectuar el ejemplo:

14) 506×731

Como puede verse, el cálculo propuesto es el ya efectuado en el ejemplo 11. Sin embargo, lo haremos ahora introduciendo una variante: permutar el lugar de los factores del proceso. Anotamos, pues, 506 en el extremo izquierdo y 731 en GFE. Ubicando el dedo mayor de la mano derecha en C, y tocando con la izquierda la primera cifra de 506, multiplicamos: $1 \times 5 = 05$ que anotamos en DC.

Nótese que la siguiente cifra significativa de 506 es la tercera, con lo cual, el segundo producto parcial es nulo. Podemos, pues, desplazar el dedo mayor de la mano derecha dos ejes hacia la derecha; el primero de ellos corresponderá al

producto por la cifra 0 de 506.

Ubicado el dedo mayor en A, multiplicamos:

$1 \times 6 = 06$ que ubicamos en BA.

Borramos 1 en E y ubicamos el dedo mayor dos ejes a la derecha del 3, es decir en D.

$3 \times 5 = 15$ que anotamos en ED.

Siguiendo el razonamiento anterior, desplazamos el dedo mayor dos ejes hacia la derecha, tantas columnas cuantas sea necesario desplazar los dedos de la mano izquierda para encontrar la cifra 6 de 506.

Con el dedo mayor en B, multiplicamos:

$3 \times 6 = 18$ que anotamos en CB.

Borramos 3 en F y nos disponemos a multiplicar la cifra 7 por 506.

Ubicamos el dedo mayor en E y multiplicamos:

$7 \times 5 = 35$ que anotamos en FE.

Desplazamos el dedo mayor a la columna C y multiplicamos:

$7 \times 6 = 42$ que anotamos en DC.

Borramos 7 en G y leemos el resultado: 369.886.

15) $80.700 \times 43 = 3.470.100$

16) $140 \times 3.050 = 427.000$

MULTIPLICACIÓN DE DECIMALES

Para multiplicar dos números decimales, se procede a efectuar la operación como si fueran enteros (prescindiendo de las comas); una vez obtenido el resultado se ubica la coma dejando a su derecha tanto dígitos cuantas cifras decimales tengan ambos factores.

17) $5,26 \times 4,7$

Prescindiendo de las comas, obtenemos los factores enteros 526×47 .

Multiplicamos: $526 \times 47 = 24.722$

Dado que 5,26 tiene dos cifras decimales y 4,7 una, el producto constará de tres cifras decimales.

Luego: $5,26 \times 4,7 = 24,722$

DIVISIÓN

El dividendo de una división cualquiera se anotará siempre en el extremo derecho del ábaco, tal como el primer sumando de una suma y el minuendo de una resta. Según veremos enseguida, esto guarda estrecha relación con la ubicación de los factores en el cálculo del producto.

A) Divisiones en las cuales el divisor tiene una sola cifra:

Ejemplo:

1) $39 : 2$

Anotamos 39 en BA y 2 en el extremo izquierdo.

$3 : 2 = 1$

(Está sobreentendido que $3:2 = 1$ expresa que 1 es el cociente de la división entera de 3 por 2. Esta observación es válida para todos los ejemplos similares que aparezcan en el curso del presente trabajo).

Anotamos 1 en D, dado que el producto de $1 \times 2 = 02$ deberá restarse del 03, registrado en CB.

Nótese que si multiplicáramos al 1 registrado en D por 2, anotaríamos el producto en las dos columnas ubicadas inmediatamente a la derecha del 1. En este caso, como debemos restar 02 de 03, conviene ubicar el 1 en D a fin de

efectuar la resta como parte de un proceso inverso al empleado en la multiplicación.

Restamos entonces 02 de 03 en CB; queda registrado 19 en BA.

$$19 : 2 = 9$$

Anotamos 9 en C (por un razonamiento análogo al del paso anterior).

$$9 \times 2 = 18, \text{ que restamos en BA.}$$

Dado que el divisor consta de una sola cifra, y teniendo presente que el resto es menor, se desprende que éste ocupará un solo eje; el A.

Considerando a la columna B como separación entre el residuo y el cociente, este último es todo lo que ha quedado registrado en las columnas ubicadas a la izquierda de B (en este caso DC).

El cociente es 19.

Regla Práctica: Siempre que la parte del dividendo considerada conste de igual cantidad de cifras que el divisor (en este caso una), la cifra estimada del cociente deberá ubicarse dejando un eje libre; cuando deba tomarse en el dividendo un dígito más, la columna elegida será la contigua.

$$2) \quad 634 : 7$$

Anotamos 634 en CBA y 7 en el extremo izquierdo.

Tomamos dos cifras del dividendo, dado que 6 es menor que 7.

$$63 : 7 = 9$$

Anotamos 9 en D sin dejar eje libre, ya que 63 tiene dos cifras y 7 tiene una.

$$9 \times 7 = 63 \text{ que restamos en CB.}$$

En el dividendo ha quedado 4, que es el restó de la división, por ser menor que 7.

La columna B separa el residuo del cociente, que quedó registrado en DC. El cociente es 90.

$$3) \quad 923 : 3$$

Anotamos 923 en CBA y 3 a la izquierda.

$9 : 3 = 3$ que registramos en E porque 9 y el divisor 3 poseen la misma cantidad de cifras.

$$3 \times 3 = 09 \text{ que restamos en DC.}$$

$23 : 3 = 7$ que registramos en C, dado que 23 tiene dos cifras y el divisor 3 tiene una.

$$7 \times 3 = 21 \text{ que restamos en BA.}$$

El residuo es 2, registrado en A y el cociente, 307, en EDC.

Nótese que la cifra cero del cociente apareció automáticamente con sólo ubicar en la posición correcta las cifras significativas.

La posición de los dedos en el proceso de la división sigue los lineamientos enunciados en el estudio de la multiplicación.

$$4) \quad 14.835 : 9$$

Anotamos 14.835 en EDCBA y 9 a la izquierda.

$$14 : 9 = 1 \text{ que registramos en F}$$

$$1 \times 9 = 09 \text{ que restamos en ED}$$

$$58 : 9 = 6 \text{ que registramos en E}$$

$$6 \times 9 = 54 \text{ que restamos en DC}$$

$$43 : 9 = 4 \text{ que registramos en D}$$

$$4 \times 9 = 36 \text{ que restamos en CB}$$

$$75 : 9 = 8 \text{ que registramos en C}$$

$$8 \times 9 = 72 \text{ que restamos en BA}$$

El resto es 3, registrado en A, y el cociente, 1.648, en FEDC.

El lector puede calcular como ejercicios, el cociente y el residuo de las siguientes divisiones enteras:

5) $7.126 : 7 = 1.018$

6) $15.897 : 6 = 2.649$

7) $59.427 : 6 = 9.904$

8) $63.911 : 5 = 12.782$

9) $511.050 : 5 = 102.210$

10) $819.727 : 9 = 91.080$

B) Divisiones en las cuales el divisor tiene más de una cifra: Conviene recordar que la posición de los dedos en el proceso de la división sigue los lineamientos enunciados en el estudio de la multiplicación.

Ejemplo:

1) $145.283 : 67$

En este primer ejemplo estudiaremos el mecanismo de la división, prescindiendo del criterio con el cual estimemos cada una de las cifras del cociente, el cual será abordado en el ejemplo siguiente.

Anotamos 145.283 en FEDCBA y 67 a la izquierda.

$145 : 67 = 2$

Debemos restar el producto de 2 por 67 del número 145, para lo cual conviene anotar 2 en G.

Nota: La regla práctica que aplicaremos será la utilizada en el caso A: si la parte considerada del dividendo tiene tantas cifras como el divisor, la cifra del cociente se ubicará dejando un eje libre; si la parte considerada del dividendo tiene una cifra más que el divisor (como sucede en el caso que estamos estudiando), la cifra del cociente se anotará inmediatamente a la izquierda del dividendo.

Multiplicamos y restamos:

$2 \times 6 = 12$ que restamos en FE

$2 \times 7 = 14$ que restamos en ED

$112 : 67 = 1$ que anotamos en F

$1 \times 6 = 06$ que restamos en ED

$1 \times 7 = 07$ que restamos en DC

$458 : 67 = 6$

$6 \times 6 = 36$ que restamos en DC

$6 \times 7 = 42$ que restamos en CB

$563 : 67 = 8$

$8 \times 6 = 48$ que restamos en CB

$8 \times 7 = 56$ que restamos en BA

En cualquier división entera, el resto es menor que el divisor; por lo tanto, en el ábaco le asignaremos tantos ejes cuantas cifras tenga el divisor.

O sea: resto: 27, que queda registrado en BA cociente: 2168 que queda registrado en GFED.

2) $6.628.471 : 73$

Anotamos 6.628.471 en GFEDCBA y 73 a la izquierda.

$662 : 73 = 9$ que anotamos en H

$9 \times 7 = 63$ que restamos en GF

$9 \times 3 = 27$ que restamos en FE

$584 : 73 = 8$ que anotamos en F porque 584 tiene tres cifras y 73 tiene dos.

$8 \times 7 = 56$ que restamos en ED

$8 \times 3 = 24$ que restamos en DC

En el dividendo ha quedado 71 que, por ser menor que 73, es el resto de la división.

Por lo tanto el cociente es 90.800, registrado en HGFED.

Este ejemplo será considerado nuevamente en el apartado C.

C) Correcciones: ¿Qué hubiera ocurrido si en el último ejemplo del apartado anterior hubiéramos estimado como primera cifra del cociente, 8 en lugar de 9?

Restrinjamos el cálculo a:

Ejemplo 1)

$662 : 73 = 8$ que anotamos en D

$8 \times 7 = 56$ que restamos en CB

$8 \times 3 = 24$ que restamos en BA

Observamos que en BA ha quedado 78, mayor que el divisor 73; la división puede continuar:

$78 : 73 = 1$ que anotamos en D, pues 78 y 73 tienen igual cantidad de cifras.

Ese 1 se suma al 8 ya registrado en D. Multiplicamos y restamos:

$1 \times 7 = 07$ que restamos en CB

$1 \times 3 = 03$ que restamos en BA

En BA ha quedado el resto 5 y en D el cociente 9.

Lo que estudiaremos en este punto, será un modo práctico de estimar cada cifra del cociente.

El ejemplo 1 sugiere que si la cifra resultare menor que la correcta, bastará con volver a dividir hasta obtener un resto menor que el divisor; éste corresponderá a la cifra exacta del cociente.

Para no estimar una cifra superior a la correcta, procederemos de acuerdo con el siguiente

Ejemplo 2)

$347 : 43$

La estimación directa del cociente ofrece dificultades. Consideremos entonces un nuevo divisor mayor que 43, que termine en 0 y sea el menor con esa propiedad; en este caso 50.

Del mismo modo, un nuevo dividendo menor que 347 y que termina en 0 y sea el mayor con esa propiedad; en este caso 340.

$340 : 50 = 34 : 5 = 6$

Anotando 6 en D, retomamos nuestro cálculo inicial, en el cual el dividendo es 347 y el divisor 43.

$6 \times 4 = 24$ que restamos en CB

$6 \times 3 = 18$ que restamos en BA

En BA tenemos 89; debemos volver a dividir.

$89 : 43 = 2$ que anotamos en D

$2 \times 4 = 08$ que restamos en CB

$2 \times 3 = 06$ que restamos en BA

En B A tenemos 03; dado que 3 es menor que 43 ha concluido la división.

Resto: 3

Cociente: 8

Regla: Cuando en una división el operador del ábaco no puede estimar a priori con certeza una cifra del cociente, deberá proceder a agrandar el divisor hasta

obtener un número que conste de una cifra significativa seguida de ceros y achicar el dividendo hasta obtener un número que termine en tantos ceros cuantos tenga el divisor ya agrandado. Para estimar la cifra del cociente, pueden suprimirse los ceros, con lo cual el problema se reduce a dividir por un divisor de una sola cifra.

3) $784:92$

Agrandamos el divisor a 100 y achicamos el dividendo a 700, que termina en dos ceros.

Luego: $700 : 100 = 7 : 1 = 7$, que registramos en D, puesto que 784 tiene tres cifras y 92 tiene dos.

Multiplicamos y restamos:

$7 \times 9 = 63$ que restamos en CB

$7 \times 2 = 14$ que restamos en BA

Dado que 140 es mayor que 92, volvemos a dividir:

$140 : 92 = 1$ que anotamos también en D

$1 \times 9 = 09$ que restamos en CB

$1 \times 2 = 02$ que restamos en BA

Hemos concluido la división: Resto: 48 Cociente: 8

4) $5.426:817$

Anotamos 5.426 en DCBA y 817 a la izquierda.

Calculamos $5.400 : 900 = 54 : 9 = 6$

Anotamos 6 en E.

$6 \times 8 = 48$ que restamos en DC

$6 \times 1 = 06$ que restamos en CB

$6 \times 7 = 42$ que restamos en BA

El cociente es 6 y el resto 524.

5) $7.896 : 85$

Anotamos 7.896 en DCBA y 85 a la izquierda.

Para estimar el cociente de 789 dividido por 85, calculamos: $780 : 90 = 78 : 9 = 8$

Anotamos 8 en E.

Multiplicamos y restamos:

$8 \times 8 = 64$ que restamos en DC

$8 \times 5 = 40$ que restamos en CB

Como 109 es mayor que 85, volvemos a dividir:

$109 : 85 = 1$ que anotamos en E

$1 \times 8 = 08$ que restamos en DC

$1 \times 5 = 05$ que restamos en CB

Calculamos ahora: $246 : 85$ para lo cual efectuamos:

$24 : 9 = 2$ que anotamos en D

$2 \times 8 = 16$ que restamos en CB

$2 \times 5 = 10$ que restamos en BA

Cociente: 92 Resto: 76

El lector podrá aplicar los conocimientos adquiridos en los apartados B y C, efectuando el cálculo de cociente y residuo en los siguientes casos:

6) $14.829 : 52 = 2.850$ R 9

7) $35.847 : 89 = 402$ R 69

8) $144.871 : 73 = 1.984$ R 39

9) $3.470.103 : 43 = 807.000$ R 3

10) $5.321.211 : 731 = 7.279 \text{ R } 262$

D) División de decimales: A partir de ahora, sólo nos interesarán los cocientes, pues se despreciarán los restos.

Primer Caso: El dividendo tiene una cantidad de cifras decimales mayor o igual que la cantidad de cifras decimales del divisor.

Ejemplos: 1) $9,47 : 2,3$

Se efectúa $947 : 23$ y luego, para ubicar la coma, se resta la cantidad de cifras decimales del dividendo. En este caso, el dividendo tiene dos cifras decimales y el divisor una.

$$947 : 23 = 41 \text{ y}$$

$$2 - 1 = 1$$

$$\text{Luego, } 9,47 : 2,3 = 4,1$$

Utilizando este ejemplo, vamos a fabricar otros cambiando el lugar de la coma.

2) $94,7 : 2,3$

Efectuamos la división como si se tratara de números enteros y el resultado, obviamente coincide con el obtenido en el ejemplo anterior.

$$947 : 23 = 41$$

$$1 - 1 = 0$$

El cociente buscado carece de cifras decimales (no quiere decir que el cociente sea exacto).

$$94,7 : 2,3 = 41$$

3) $9,47 : 23$

Se procede análogamente; al resultado de la división de enteros, -41-, debemos considerarlo con dos cifras decimales, pues i

$$2 - 0 = 2$$

$$\text{Por lo tanto, } 9,47 : 23 = 0,41$$

Segundo Caso: El dividendo consta de menos cantidad de cifras decimales que el divisor.

4) $94,7 : 0,23$

Lo que se hace aquí es igualar las cantidades de cifras decimales, agregando ceros a los decimales del dividendo hasta obtener tantas cifras decimales cuantas tenga el divisor. En nuestro ejemplo hace falta un solo cero.

$$94,7 = 94,70$$

y ahora podemos dividir como en el caso anterior.

$$94,70 : 0,23 = 411$$

E) Extracción de decimales:

Ejemplos: 1) $947 : 23$

Si queremos calcular el cociente de enteros con dos cifras decimales, tendremos que hacer con el ábaco algo equivalente a “bajar dos ceros”, una vez terminada la división entera.

Claramente, esto se reduce a anotar de antemano el dividendo “corrido” dos ejes hacia la izquierda.

Registramos las cifras de 947 en EDC.

Sólo resta ahora efectuar la división.

$$94.700 : 23$$

como si se tratara de números enteros y recordar al final que las dos últimas cifras del cociente son decimales.

$$\text{Por lo tanto, } 947,00 : 23 = 41,17$$

Nota: Puede decirse también que se ha calculado el cociente con error menor que un centésimo, ya que el cociente exacto es mayor que 41,17 y menor que 41,18.

2) $9,47 : 2,3$ con cuatro cifras decimales.

Si anotáramos el dividendo 947 en CBA, el cociente tendría, de acuerdo a lo estudiado en el apartado D, una cifra decimal.

Como queremos extraer cuatro, deberemos anotar “corrido” tres columnas hacia la izquierda, de manera que la cifra decimal que ya tenía, más las tres que resultaren del corrimiento, darán las cuatro cifras pedidas.

Anotamos entonces: 947 en FED y efectuamos la división de enteros:

$$947.000 : 23 = 411.739$$

$$\text{por lo tanto } 9,47 : 2,3 = 41,1739$$

3) $947 : 2,3$ con una cifra decimal.

Siguiendo el razonamiento anterior, se anotan las cifras de 947 en EDC; (un eje para igualar las cantidades de cifras decimales y otro para el decimal que se extrae).

Efectuamos la división y ubicando la coma en el lugar correspondiente, se obtiene:

$$947 : 2,3 = 411,7$$

El lector podrá verificar la comprensión de los temas tratados en los ítems D y E, efectuando los siguientes cálculos:

1) $47,78 : 2,9$ con una cifra decimal = 16,4

2) $47,78 : 2,9$ con tres cifras decimales = 16,475

3) $7,6 : 0,37$ con dos cifras decimales = 20,54

4) $3,24 : 7,62$ con una cifra decimal = 0,4

5) $721,4 : 47$ con tres cifras decimales = 15,348

UNIÓN LATINOAMERICANA DE CIEGOS

FONDO TIFLOLÓGICO LATINOAMERICANO

Auspiciado por la ORGANIZACIÓN NACIONAL DE CIEGOS ESPAÑOLES

FUNDACIÓN BRAILLE DEL URUGUAY

DURAZNO 1772

MONTEVIDEO - URUGUAY

PRIMERA EDICIÓN 1988.

EDITOR: ENRIQUE ELISSALDE

CARÁTULA: HEBER LAREO